PROVA TIPO 4 - AZUL - CONCURSO BOMBEIROS RJ - OFICIAL

Matemática

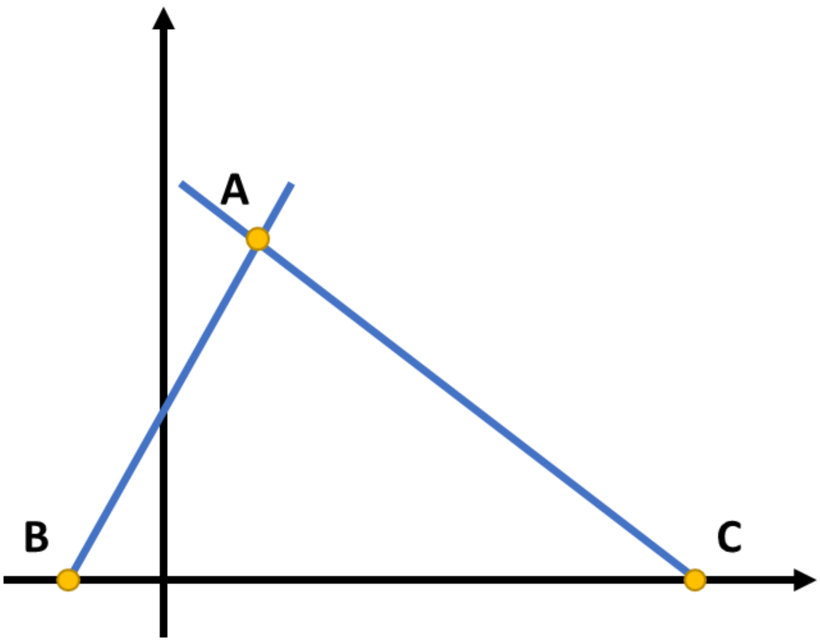
QUESTÕES DE 16 a 30

QUESTÃO NÚMERO 16

GABARITO PRELIMINAR: E

COMENTÁRIO:

Façamos um esboço do triângulo em questão



Primeiramente, vamos calcular o ponto de encontro entre as duas retas.

$$2x - y + 1 = 0$$

$$x + y - 4 = 0$$

Para isso, podemos somar as duas equações:

$$2x + x + 1 - 4 = 0$$

$$3x - 3 = 0 \therefore 3x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{3} = 1$$

Podemos utilizar qualquer uma das equações para calcular o valor de y.

$$x + y - 4 = 0$$

$$1 + y - 4 = 0$$

$$\therefore y = 4 - 1 = 3$$

Portanto, o ponto de encontro entre as duas retas é o ponto A(1, 3). A altura do triângulo pode ser calculada como a distância entre o ponto P e o e o eixo “x”, cuja equação é y = 0.

$$h = 3$$

Podemos calcular a base do triângulo a partir dos pontos de encontro entre as retas que o formam e o eixo “x”, cuja equação é y = 0.

$$2x - y + 1 = 0$$

$$2x + 1 = 0 \therefore x = -\frac{1}{2}$$

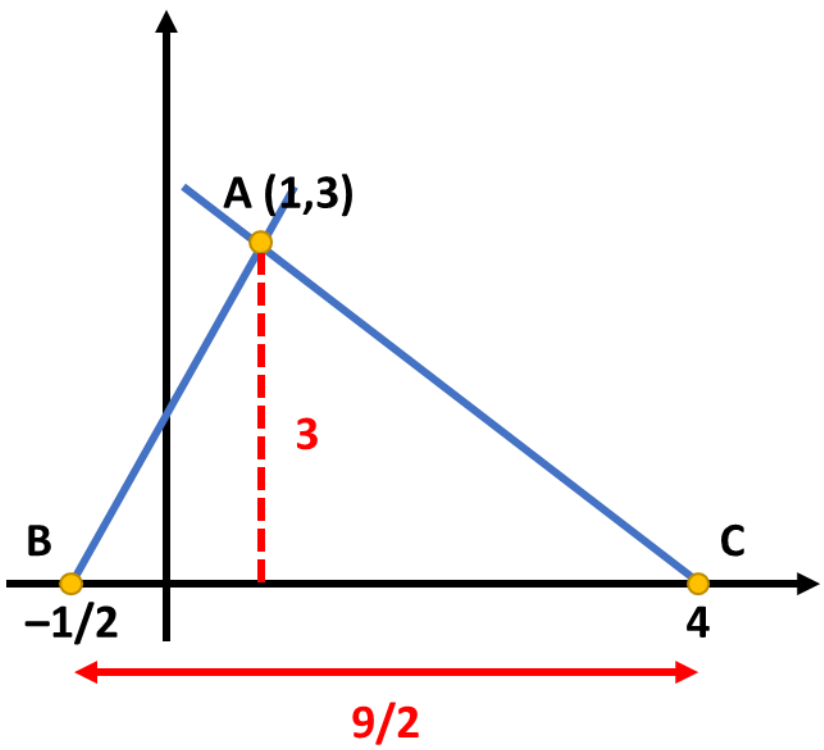
Portanto, o ponto B(–1/2, 0) é um dos pontos do triângulo. Vejamos o terceiro ponto:

$$x + y - 4 = 0$$

$$x - 4 = 0 \therefore x = 4$$

Portanto, o terceiro ponto do triângulo é C (4, 0).

Podemos calcular a área do triângulo como sendo o semiproduto da base vezes altura.



$$S = \frac{\frac{9}{2} \cdot 3}{2} = \frac{27}{4}$$

QUESTÃO NÚMERO 17

GABARITO PRELIMINAR: E

COMENTÁRIO:

Veja que a sequência citada cresce de 7 em 7. Trata-se, portanto, de uma progressão aritmética com razão igual a 7. Podemos escrever seu termo geral como:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_n = 53 + (n-1) \cdot 7 > 1000$$

Vamos isolar o n:

$$7.(n-1) > 1000 - 53$$

$$7.(n-1) > 947$$

$$\therefore (n-1) > \frac{947}{7} \cong 135{,}28$$

Portanto, temos:

$$n - 1 = 136 \therefore n = 136 + 1 = 137$$

Então, vamos calcular o termo a_{137}.

$$a_{137} = 53 + (137-1) \cdot 7$$

$$a_{137} = 53 + 136 \cdot 7 = 53 + 952 = 1005$$

QUESTÃO NÚMERO 18

GABARITO PRELIMINAR: A

COMENTÁRIO:

O número total de formas de se sortear duas pessoas nesse grupo de 10 seria:

$$N = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2!\,8!} = \frac{10.9.8!}{2.1.8!} = \frac{10.9}{2} = 45$$

Em seguida, queremos que Solange seja sorteada e que Marcelo não seja. Então, veja que, na realidade, só precisamos escolher uma das outras 8 pessoas para ser a outra pessoa sorteada no grupo. Então, o número de sorteios favoráveis é 8.

Então, pela definição clássica de probabilidade, temos:

$$P = \frac{\#favoráveis}{\#totais} = \frac{8}{45}$$

QUESTÃO NÚMERO 19

GABARITO PRELIMINAR: C

COMENTÁRIO:

Como x = –1 é raiz da equação, podemos substituir x = –1 na equação e teremos:

$$2.(-1)^3 - m.(-1)^2 + 4.(-1) - 3 = 0$$

$$2.(-1) - m.1 - 4 - 3 = 0$$

$$-2 - m - 4 - 3 = 0$$

$$\therefore m = -4 - 3 - 2 = -9$$

Desse modo, a equação é:

$$2x^3 + 9x^2 + 4x - 3 = 0$$

A soma das raízes é dada em função do termo que acompanha x²:

$$S = -\frac{a_2}{a_3} = -\frac{(9)}{2} = -\frac{9}{2}$$

QUESTÃO NÚMERO 20

GABARITO PRELIMINAR: C

COMENTÁRIO:

Veja que, para o algarismo dos milhares, só temos 6 opções: {3, 4, 5, 6, 7, 8}. Para o algarismo das centenas, temos 9 opções, pois não podemos repetir o algarismo dos milhares. Para o algarismo das dezenas, temos 8 opções, pois não podemos repetir nem o algarismo dos milhares nem o das centenas. Por fim, para o algarismo das unidades, temos 7 opções, pois não podemos repetir nenhum dos três anteriores.

6	9	8	7	= 6.9.8.7 = 3024
Milhares	**Centenas**	**Dezenas**	**Unidades**	**Total**

QUESTÃO NÚMERO 21

GABARITO PRELIMINAR: C

COMENTÁRIO:

Primeiramente, vamos resolver a equação modular.

$$-10 < 3x - 2 < 10$$

Podemos somar 2 de todos os lados da inequação.

$$-10 + 2 < 3x < 10 + 2$$

$$-8 < 3x < 12$$

Dividindo tudo por 3, temos:

$$-\frac{8}{3} < x < 4$$

Portanto, os valores de x que satisfazem à desigualdade são:

{–2, –1, 0, 1, 2, 3}

QUESTÃO NÚMERO 22

GABARITO PRELIMINAR: D

COMENTÁRIO:

O novo encontro ocorrerá no MMC entre 6 e 10. Assim, temos:

6, 10	2
3, 5	3
1, 5	5
1, 1	= 2.3.5 = 30

QUESTÃO NÚMERO 23

GABARITO PRELIMINAR: E

COMENTÁRIO:

O número de voltas que o carro é capaz de dar é diretamente proporcional à sua velocidade. Então, podemos escrever:

$$\frac{N}{45} = \frac{180}{100} \therefore N = \frac{180 \cdot 45}{100} = 81$$

QUESTÃO NÚMERO 24

GABARITO PRELIMINAR: A

COMENTÁRIO:

Seja um ponto P(x,x). As suas distâncias aos ponto (1,4) e (7,0) pedidos pelo enunciado são dadas por:

$$d_1 = \sqrt{(x-1)^2 + (x-4)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(x-7)^2 + (x-0)^2}$$

Podemos impor que as duas distâncias são iguais e elevar tudo ao quadrado. Assim, teremos:

$$(x-1)^2 + (x-4)^2 = (x-7)^2 + x^2$$

$$\therefore (x-7)^2 - (x-1)^2 = (x-4)^2 - x^2$$

Podemos utilizar o produto notável que a diferença de quadrados é igual ao produto da soma pela diferença. E veja que:

$$(x+7) - (x-1) = 7 - 1 = 6$$

$$(x+4) - (x) = 4$$

Então, temos:

$$[(x - 7 + x - 1) \cdot 6] = [(x - 4 + x) \cdot 4]$$

$$6 \cdot (2x - 8) = 4 \cdot (2x - 4)$$

Podemos simplificar por 4:

$$3 \cdot (x - 4) = (2x - 4)$$

$$3x - 12 = 2x - 4$$

Resolvendo para x, temos:

$$3x - 2x = 12 - 4$$

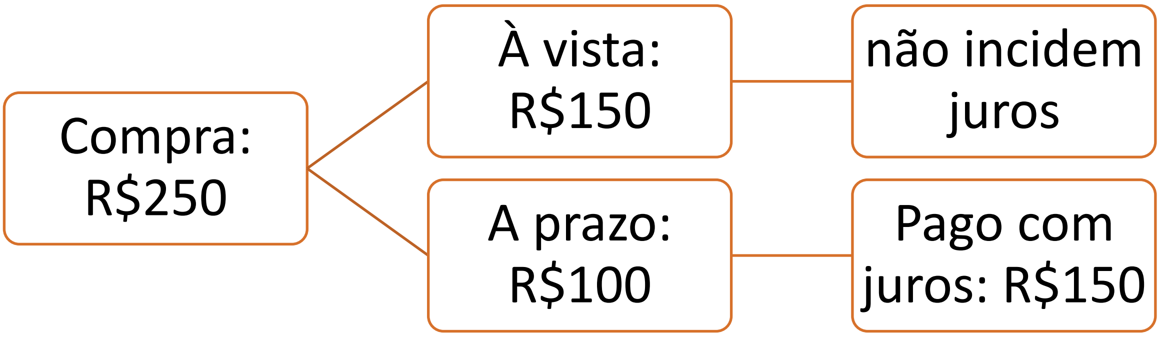
$$x = 8$$

QUESTÃO NÚMERO 25

GABARITO PRELIMINAR: E

COMENTÁRIO:

Os juros só incidem quando há o decurso do prazo. Portanto, não houve incidência de juros sobre a parte da compra que foi paga à vista. Desse modo, podemos separar a compra de Joana em dois pedaços.



Desse modo, os juros pagos foram de R$50 e incidiram sobre o valor financiado, que foi de R$100. Portanto, a taxa de juros foi:

$$i = \frac{J}{C} = \frac{50}{100} = 50\%$$

QUESTÃO NÚMERO 26

GABARITO PRELIMINAR: B

COMENTÁRIO:

Seja x o número de questões acertadas e y o número de questões erradas, como a prova tem 25 questões, podemos escrever:

$$x + y = 25$$

Como Hugo fez 69 pontos, podemos escrever:

$$5x - 2y = 69$$

Para resolver o sistema, podemos multiplicar a primeira equação por 2 e soma-la à segunda.

$$\begin{array}{rr} & 2x + 2y = 50 \\ + & 5x - 2y = 69 \\ \hline & 2x + 5x = 50 + 69 \end{array}$$

Assim, temos:

$$7x = 119 \therefore x = \frac{119}{7} = 17$$

QUESTÃO NÚMERO 27

GABARITO PRELIMINAR: D

COMENTÁRIO:

Vamos fatorar o 240 para obter os seus divisores.

240	2
120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	$= 2^4.3.5$

Um divisor de 240 pode ser obtido tomando-se os primos 2, 3 e 5 elevados a potências que podem ser iguais ou menores que as obtidas na fatoração.

$$D = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$$

Então, para o número 2, temos 5 opções de expoentes: 0, 1, 2, 3 e 4. Para os números 3 e 5, temos 2 opções de expoentes: 0 e 1.

Então, o número de divisores de 240 é:

$$N = (4 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1) = 5 \cdot 2 \cdot 2 = 20$$

Desses divisores, existem três que são menores que 4: {1, 2, 3}. Dessa forma, algumas combinações de linhas e colunas estão proibidas:

1 x 240, 2 x 120 e 3 x 80

Também estarão automaticamente proibidas as organizações inversas:

80 x 3, 120 x 2 e 240 x 1

Portanto, são 6 configurações que não podem ser adotadas. Desse modo, do total de 20 divisores, apenas 14 deles geram organizações de linhas e colunas permitidas para a tropa.

QUESTÃO NÚMERO 28

GABARITO PRELIMINAR: C

COMENTÁRIO:

Como a moda é 24, pelo menos dois termos do rol de dados devem ser iguais a 24.

Além disso, em um rol de dados com uma quantidade ímpar de termos, a mediana é sempre pertencente à amostra. Dessa forma, temos três números já definidos:

{x, y, 21, 24, 24}

Note que x e y devem ser menores 21. Não podem ser maiores, porque, nesse caso, 21 não seria a mediana. E não podem ser iguais, porque, nesse caso, a moda não seria única.

Por fim, como a média é igual a 20, temos:

$$\frac{x + y + 21 + 24 + 24}{5} = 20$$

$$x + y + 69 = 20 \cdot 5$$

$$x + y + 69 = 100$$

$$\therefore x + y = 100 - 69 = 31$$

Veja que y deve ser menor que 21, portanto, o maior valor possível de y é igual a 20. O menor valor de x será observado para o maior valor possível de y, então temos:

$$x + 20 = 31 \therefore x = 31 - 20 = 11$$

Portanto, o menor valor possível de x é igual a 11.

QUESTÃO NÚMERO 29

GABARITO PRELIMINAR: B

COMENTÁRIO:

Vamos completar a primeira coluna. Para isso, devemos utilizar a fórmula da PG para calcular a razão dessa PG da primeira coluna da matriz.

$$a_5 = a_1 . q^4$$

$$12 = 2 . q^4$$

$$\therefore q^4 = \frac{12}{2} = 6 \therefore q = \sqrt[4]{6}$$

Então, os termos da primeira coluna são:

$$\begin{bmatrix} 2 & & 24 \\ 2\sqrt[4]{6} & & \\ 2\sqrt{6} & N & \\ 2\sqrt[4]{6^3} & & \\ 12 & & 9 \end{bmatrix}$$

Façamos o mesmo para a última coluna.

$$b_5 = b_1 . q^4$$

$$9 = 24.q^4 \therefore q^4 = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

$$\therefore q = \sqrt[4]{\frac{3}{8}}$$

Então, temos:

$$\begin{bmatrix} 2 & & 24 \\ 2\sqrt[4]{6} & & 24\sqrt[4]{\frac{3}{8}} \\ 2\sqrt{6} & N & 24\sqrt{3/8} \\ 2\sqrt[4]{6^3} & & 24\sqrt[4]{\left(\frac{3}{8}\right)^3} \\ 12 & & 9 \end{bmatrix}$$

Como a terceira linha também é uma progressão geométrica, podemos utilizar o fato de que o termo central de uma PG é a média geométrica dos termos extremos equidistantes:

$$N^2 = 2\sqrt{6} \cdot 24 \cdot \sqrt{\frac{3}{8}} = 48 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot 3}{8}} = 48 \cdot \sqrt{\frac{9}{4}} = 48 \cdot \frac{3}{2} = 72$$

Então, podemos tirar a raiz quadrada:

$$N = \sqrt{72} = \sqrt{2.36} = 6\sqrt{2}$$

QUESTÃO NÚMERO 30

GABARITO PRELIMINAR: D

COMENTÁRIO:

João tinha x. Então, ele usou x/3 para pagar o cartão de crédito e ficou com 2x/3. Ele pagou o aluguel com 1/5 do restante, ou seja, ele gastou:

$$Aluguel = \frac{1}{5} \cdot \frac{2x}{3} = \frac{2x}{15}$$

Portanto, restou para João:

$$Restou = \frac{2x}{3} - \frac{2x}{15} = \frac{10x - 2x}{15} = \frac{8x}{30} = \frac{8x}{15}$$

Logo, restou 8/15 do que João possuía inicialmente.