POLÍCIA FEDERAL - AGENTE

PROVA SEQUENCIAL 009/14

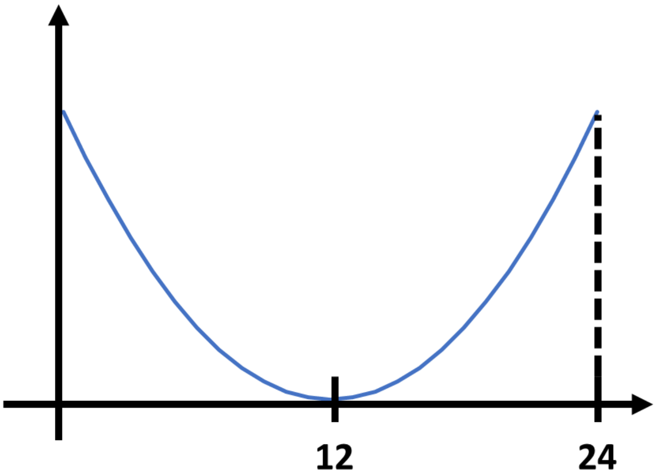
ESTATÍSTICA - QUESTÕES DE 37 A 48

Prof. Thiago Silva

QUESTÃO NÚMERO 37

GABARITO PRELIMINAR: Certo

COMENTÁRIO: Vamos plotar o gráfico dessa distribuição de probabilidades.



Pelos axiomas de Kolgomorov, a área total debaixo do gráfico deve ser igual a 1. Então, podemos escrever:

$$\int_{0}^{24} f(x)dx = 1$$

$$\gamma \int_{0}^{24} (x-12)^2 dx = 1$$

$$\int_{0}^{24} (x-12)^2 dx = \frac{1}{\gamma}$$

A integral polinomial

$$\gamma \cdot \frac{(x-12)^3}{3} \Bigg|_{0}^{24} = \frac{1}{\gamma}$$

$$\frac{(24-12)^3}{3}-\frac{(0-12)^3}{3}=\frac{1}{\gamma}$$

$$\frac{12^3-(-12)^3}{3}=\frac{1}{\gamma}$$

$$\frac{1}{\gamma}=\frac{1728+1728}{3}=\frac{3456}{3}=1152$$

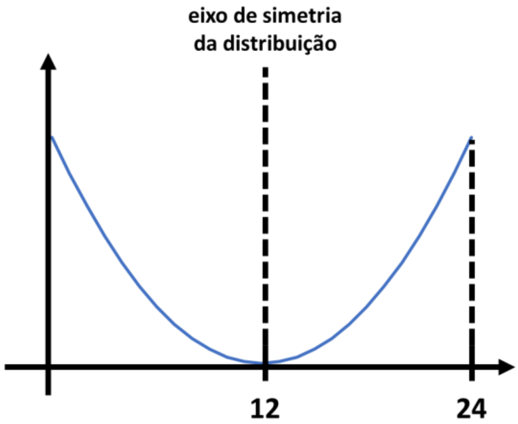
$$\therefore \gamma=\frac{1}{1152}\cong 0{,}00087$$

Portanto, a constante gama é realmente bem inferior a 0,01.

QUESTÃO NÚMERO 38

GABARITO PRELIMINAR: Certo

COMENTÁRIO: Como a função distribuição de probabilidades é simétrica em relação a x = 12, a média da distribuição é igual a 12.



QUESTÃO NÚMERO 39

GABARITO PRELIMINAR: Errado

COMENTÁRIO: Como a distribuição de probabilidade é contínua, a probabilidade um único ponto dessa distribuição é sempre igual a 0. Nas distribuições contínuas, só se define a probabilidade de um intervalo. Por exemplo P (5 < X < 12) ou P (X > 5). Mas, nesse caso, queremos somente o ponto P (X = 5), e a probabilidade de um único ponto é sempre nulo.

QUESTÃO NÚMERO 40

GABARITO PRELIMINAR: Errado

COMENTÁRIO: Em uma distribuição uniforme, a probabilidade é constante. Não é o caso dessa distribuição. Um exemplo de distribuição uniforme seria:

$$f(x, y) = 1, com\ 0 < x < 1\ e\ 0 < y < 1$$

QUESTÃO NÚMERO 41

GABARITO PRELIMINAR: Errado

COMENTÁRIO: Duas variáveis aleatórias são independentes quando a função distribuição de probabilidade conjunta pode ser desmembrada.

$$f(x, y) = F_1(x) \cdot F_2(y)$$

Não é o caso dessa distribuição. Ela não pode ser obtida como o produto de uma função exclusiva de **x** e uma função exclusiva de **y.**

QUESTÃO NÚMERO 41

GABARITO PRELIMINAR: Errado

COMENTÁRIO: Duas variáveis aleatórias são independentes quando a função distribuição de probabilidade conjunta pode ser desmembrada.

$$f(x, y) = F_1(x) \cdot F_2(y)$$

Não é o caso dessa distribuição.

QUESTÃO NÚMERO 42

GABARITO PRELIMINAR: Certo

COMENTÁRIO: Pelo método dos mínimos quadrados ordinários, a estimativa da média populacional é igual à média amostral.

$$\mu = \frac{3{,}5 + 5{,}3 + 3{,}8 + 3{,}1 + 3{,}5}{5} = \frac{19{,}2}{5} = 3{,}84$$

QUESTÃO NÚMERO 44

GABARITO PRELIMINAR: Certo

COMENTÁRIO: Observe que o enunciado deu uma distribuição de probabilidades acumulada. Podemos obter a densidade de distribuição pela derivada dessa distribuição. A derivada polinomial pode ser obtida como:

$$\frac{df}{dx} = n \cdot x^{n-1}$$

Então, a derivada de x^{-2} é:

$$f(x) = -\beta^2 \cdot (-2 \cdot x^{-2-1}) = 2 \cdot \beta^2 \cdot x^{-3}$$

Desse modo, podemos calcular a média da distribuição:

$$E[X] = \int_{\beta}^{\infty} x \cdot f(x)dx = \int_{\beta}^{\infty} \frac{2\beta^2}{x^2}dx$$

$$E[X] = \int_{\beta}^{\infty} x \cdot f(x)dx = \int_{\beta}^{\infty} \frac{2\beta^2}{x^2}dx$$

$$E[X] = 2\beta^2 \cdot \frac{x^{-3}}{-3}\Bigg|_{\beta}^{\infty}\Bigg| = \frac{2\beta^2}{-3} \cdot \left[0 - \frac{1}{\beta^3}\right] = \frac{2\beta^2}{3\beta^3} = \frac{2}{3\beta}$$

Como a média populacional depende unicamente de β e é possível estimar a média populacional pela média amostral, podemos estimar β usando a média amostral.

QUESTÃO NÚMERO 45

GABARITO PRELIMINAR: Errado

COMENTÁRIO: Observe que o enunciado deu uma distribuição de probabilidades acumulada. Podemos obter a densidade de distribuição pela derivada dessa distribuição. A derivada polinomial pode ser obtida como:

$$\frac{df}{dx} = n \cdot x^{n-1}$$

Então, a derivada de x^{-2} é:

$$f(x) = -\beta^2 \cdot (-2 \cdot x^{-2-1}) = 2 \cdot \beta^2 \cdot x^{-3}$$

Desse modo, podemos calcular a média da distribuição:

$$E[X] = \int_{\beta}^{\infty} x \cdot f(x)dx = \int_{\beta}^{\infty} \frac{2\beta^2}{x^2}dx$$

$$E[X] = \int_{\beta}^{\infty} x \cdot f(x)dx = \int_{\beta}^{\infty} \frac{2\beta^2}{x^2}dx$$

$$E[X] = 2\beta^2 \cdot \frac{x^{-3}}{-3}\Bigg|_{\beta}^{\infty}\Bigg| = \frac{2\beta^2}{-3} \cdot \left[0 - \frac{1}{\beta^3}\right] = \frac{2\beta^2}{3\beta^3} = \frac{2}{3\beta}$$

Assim, usando o estimador de máxima verossimilhança, temos a média amostral:

$$\mu = \frac{3{,}5 + 5{,}3 + 3{,}8 + 3{,}1 + 3{,}5}{5} = \frac{19{,}2}{5} = 3{,}84$$

E, podemos calcular o parâmetro:

$$3{,}84 = \frac{2}{3\beta} \therefore \beta = \frac{2}{3 \cdot 3{,}84} = 0{,}174$$

Portanto, a estimativa do parâmetro é realmente menor que 3,5.

QUESTÃO NÚMERO 46

GABARITO PRELIMINAR: Certo

COMENTÁRIO: Podemos utilizar a propriedade de que o valor esperado é linear. Então, o valor esperado da soma é igual à soma de valores esperados e o produto por uma constante, o valor esperado também fica multiplicado por essa mesma constante.

$$E[Y] = 5 - 0{,}1 \cdot E[T]$$

$$E[Y] = 5 - 0{,}1 \cdot 6{,}5 = 5 - 0{,}65 = 4{,}35\ mil$$

QUESTÃO NÚMERO 47

GABARITO PRELIMINAR: Certo

COMENTÁRIO: Foi fornecido o erro padrão para o modelo de coeficiente angular igual a 0,064. Esse erro já é muito próximo da própria estimativa do coeficiente. Podemos calcular a estatística normalizada para ele:

$$Z = \frac{a - \mu}{\sigma} = \frac{0 - 0{,}1}{0{,}064} = \frac{0{,}1}{0{,}064} = 1{,}5625$$

O enunciado forneceu ainda o P-valor:

$$P(Z < 1{,}5625) = 0{,}15 = 15\%$$

Esse P-valor é maior que 5%. Isso significa que, ao nível de 5% de significância, não temos como garantir que realmente o coeficiente de inclinação seja maior que zero. Portanto, não temos provas estatísticas suficientes contra essa hipótese nula.

Em outras palavras, isso significa que o modelo de regressão linear deduzido não garante que o seu próprio coeficiente de inclinação seja significativo. Logo, a influência do parâmetro **T** sobre **Y** é muito pequena, materialmente nula.

QUESTÃO NÚMERO 48

GABARITO PRELIMINAR: Errado

COMENTÁRIO: Foi fornecido o coeficiente de inclinação do modelo de regressão, que é dado pela razão entre a covariância e o desvio padrão da variável regressora (T). Então, podemos calcular a covariância:

$$b = \frac{S_{YT}}{S_{TT}} \therefore S_{YT} = b \cdot S_{TT} = (-0{,}1) \cdot (3{,}6)^2 = -1{,}296$$

Em seguida, podemos calcular a correlação entre as duas variáveis pela definição de covariância dividida pelos desvios padrões:

$$\rho = \frac{S_{YT}}{\sigma(Y) \cdot \sigma(T)} = \frac{-1{,}296}{1 \cdot 3{,}6} = -0{,}36 = -36\%$$

Thiago Silva

Engenheiro Eletrônico formado pelo ITA com distinção em Matemática, Analista-chefe da Múltiplos Investimentos, especialista em mercado de ações. Professor desde os 19 anos e, atualmente, leciona todos os ramos Matemática para Concursos Públicos.

Gran Cursos Online